ЕГЭ-A10: задачи с интервалами

К.Ю. Поляков,
д. т. н., Санкт-Петербург

Введение

В демонстрационном варианте контрольно-измерительных материалов ЕГЭ по информатике [1] появилась новая задача на математическую логику, которая обещает быть одной из “проблемных” задач на предстоящем ЕГЭ:

Задача 1. *На числовой прямой даны два отрезка: $P = [2, 10]$ и $Q = [6, 16]$. Выберите такой отрезок A, что формула*

$$((x \in A) \to (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

*тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной **x**.*

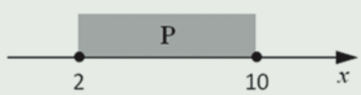
1) [0, 3]
2) [3, 11]
3) [11, 15]
4) [15, 17]

Эта задача не столько сложная, сколько “закрученная”. Во-первых, с трудом можно представить себе реальную задачу, которая сводится к такой формуле. Во-вторых, достаточно простая суть скрывается за обилием математических обозначений. Этим недостатком страдает и теоретизированное решение, приведенное в [2], которое трудно воспринимать даже человеку с высшим техническим образованием.

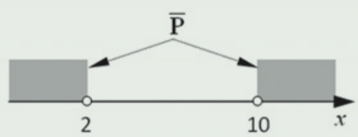
В этой заметке предлагается довольно простой метод решения подобных задач, использующий визуальное представление отрезков на числовой оси.

Прежде чем приступать к решению, приведем некоторые предварительные сведения, которыми должен владеть учащийся.

Рассмотрим интервал $P = [2, 10]$. Очевидно, что область истинности выражения $\mathbf{P}: x \in P$ представляет собой отрезок на числовой оси:

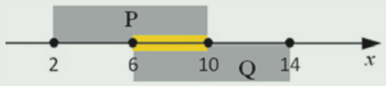


Область истинности выражения $\overline{\mathbf{P}}: x \notin P$ — это объединение интервалов $(-\infty, 2)$ и $(10, \infty)$:



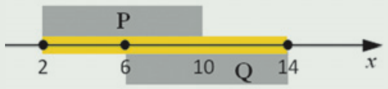
На фото:
штурмовик A10 Thunderbolt. Столь же грозное оружие, как и задача A10 ☺

Для решения задач нам будут нужны две операции с интервалами: пересечение (определение общей части двух интервалов) и объединение. Если ввести высказывание $\mathbf{Q}: x \in Q$, то пересечение интервалов P и Q определяет область истинности выражения $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$[1] (она выделена желтым цветом):



Действительно, выражение $\mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}$ истинно, если $\boldsymbol{x}$ принадлежит обоим отрезкам одновременно.

Объединение отрезков P и Q определяет область истинности логической суммы $\mathbf{P} + \mathbf{Q}$ ($\boldsymbol{x}$ принадлежит хотя бы одному из отрезков):



Для преобразования логических выражений нам будет нужна формула, представляющая импликацию через операции “ИЛИ” и “НЕ”[2]

$$\mathbf{A} \to \mathbf{B} = \overline{\mathbf{A}} + \mathbf{B}$$

и законы де Моргана:

$$\overline{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}} = \overline{\mathbf{A}} + \overline{\mathbf{B}}, \quad \overline{\mathbf{A} + \mathbf{B}} = \overline{\mathbf{A}} \cdot \overline{\mathbf{B}}.$$

Решение задачи из демоварианта

Сначала приведем заданное выражение к более понятной форме. Введем логические высказывания

$$\mathbf{P}: x \in P, \quad \mathbf{Q}: x \in Q \quad \text{и}\ \mathbf{A}: x \in A.$$

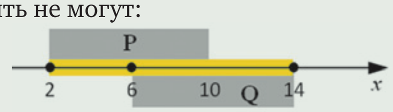
Тогда выражение, заданное в условии, запишется в форме

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{A} \to \mathbf{P}) + \mathbf{Q}.$$

Раскрыв операцию “импликация” через “ИЛИ” и “НЕ”, получаем

$$\mathbf{Z} = \overline{\mathbf{A}} + \mathbf{P} + \mathbf{Q}.$$

Это выражение должно быть истинно для любого $\boldsymbol{x}$, поэтому область истинности выражения $\mathbf{Z}$ должна охватывать всю числовую ось. Нам известны отрезки P и Q, они конечны и всю числовую ось перекрыть не могут:



Оставшуюся часть должна перекрыть область истинности выражения $\overline{\mathbf{A}}$. Это означает, что $\overline{\mathbf{A}}$ может быть ложно только внутри отрезка [2, 14]; соответственно, выражение $\mathbf{A}$ может быть истинно только на этом отрезке. Поэтому правильный ответ — это отрезок, целиком попадающий внутрь отрезка [2, 14]. Проверка заданных вариантов ответа показывает, что верный ответ — 2 (отрезок [3, 11]).

Вариации

В этом разделе мы рассмотрим еще несколько задач на ту же тему, которые теоретически могут встретиться в КИМ.

Задача 2. *На числовой прямой даны два отрезка: P = [2, 20] и Q = [15, 25]. Выберите такой отрезок A, что формула*

$$((x \notin A) \to (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной $\boldsymbol{x}$.

1) [0, 15]
2) [10, 25]
3) [2, 10]
4) [15, 20]

Отличие от Задачи 1 состоит в том, что в двух скобках вместо знака “принадлежит” используется “не принадлежит”. Как и раньше, введем логические высказывания

$$\mathbf{P}: x \in P, \quad \mathbf{Q}: x \in Q \quad \text{и}\ \mathbf{A}: x \in A.$$

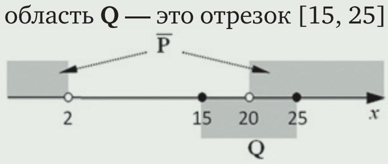
Тогда выражение, заданное в условии, запишется в форме

$$\mathbf{Z} = (\overline{\mathbf{A}} \to \overline{\mathbf{P}}) + \mathbf{Q}.$$

Раскрыв операцию “импликация” через “ИЛИ” и “НЕ”, получаем

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A} + \overline{\mathbf{P}} + \mathbf{Q}.$$

Поскольку выражение должно быть истинно для любого $\boldsymbol{x}$, области истинности всех слагаемых должны перекрыть всю числовую ось. Область $\overline{\mathbf{P}}$ состоит из двух полуосей, (–∞, 2) и (20, ∞): участков числовой оси, которые не входят в отрезок [2, 20], а область $\mathbf{Q}$ — это отрезок [15, 25]:



Область истинности выражения $\mathbf{A}$ должна перекрывать оставшуюся часть — полуинтервал [2, 15) (открытый справа, потому что точка x = 15 уже перекрыта отрезком Q). Из всех отрезков, приведенных в условии, только отрезок [0, 15] (вариант 1) полностью перекрывает полуинтервал [2, 15), это и есть правильный ответ.

Задача 3. *На числовой прямой даны три отрезка: P = [10, 27], Q = [15, 30] и R = [25, 40]. Выберите такой отрезок A, что формула*

$$((x \in Q) \to (x \notin R)) \wedge (x \in A) \wedge (x \notin P)$$

тождественно ***ложна****, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной* $\boldsymbol{x}$.

1) [0, 15]
2) [10, 40]
3) [25, 35]
4) [15, 25]

В отличие от предыдущих задач здесь, во-первых, задано три интервала и, во-вторых,

---

[1] Далее конъюнкцию (логическое умножение) мы будем обозначать знаком “·”, а дизъюнкцию (логическое сложение) — знаком “+”. Эти обозначения, в отличие от тех, что применяются в заданиях ЕГЭ, проще воспринимаются и позволяют сразу выявлять аналогии с алгеброй.

[2] Черта сверху обозначает отрицание (инверсию) логического выражения.

требуется, чтобы выражение было тождественно **ложно** (а не истинно).

Введем логические высказывания

$$\mathbf{P}: x \in P,\ \ \mathbf{Q}: x \in Q,\ \ \mathbf{R}: x \in R\ \text{ и } \mathbf{A}: x \in A.$$

Учтем, что в формуле дважды используется знак “∉” (“не принадлежит”), поэтому выражение можно записать в виде:

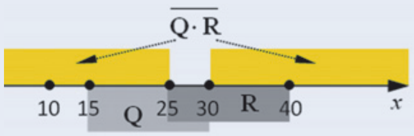
$$\mathbf{Z} = (\mathbf{Q} \to \overline{\mathbf{R}}) \cdot \mathbf{A} \cdot \overline{\mathbf{P}}$$

Представим импликацию через операции “ИЛИ” и “НЕ”:

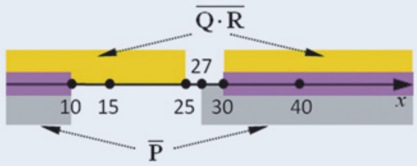
$$\mathbf{Z} = (\overline{\mathbf{Q}} + \overline{\mathbf{R}}) \cdot \mathbf{A} \cdot \overline{\mathbf{P}}$$

Это выражение должно быть тождественно ложно при всех $\boldsymbol{x}$. Поэтому роль неизвестного сомножителя **A** состоит в том, чтобы обнулить выражение везде, где произведение $(\overline{\mathbf{Q}} + \overline{\mathbf{R}}) \cdot \overline{\mathbf{P}}$ равно 1. Поэтому для этих значений $\boldsymbol{x}$ выражение **A** должно быть равно нулю, а для остальных $\boldsymbol{x}$ его значение не играет роли.

Поскольку по закону де Моргана $\overline{\mathbf{Q}} + \overline{\mathbf{R}} = \overline{\mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}}$, область истинности выражения $\overline{\mathbf{Q}} + \overline{\mathbf{R}}$ — это область вне общей части отрезков Q и R (она показана желтым цветом на рисунке):



Теперь умножим это выражение на $\overline{\mathbf{P}}$ (ему соответствует область вне отрезка [10, 27]), построив область $(\overline{\mathbf{Q}} + \overline{\mathbf{R}}) \cdot \overline{\mathbf{P}}$; эта область, где одновременно истинны $\overline{\mathbf{Q}} + \overline{\mathbf{R}}$ и $\overline{\mathbf{P}}$, выделена на рисунке фиолетовым цветом:



В этой “фиолетовой” области выражение **A** должно быть обязательно равно 0, и только внутри отрезка [10, 30] может быть истинно. Таким образом, среди ответов нужно найти отрезок, который целиком помещается внутри отрезка [10, 30]. Этому условию удовлетворяет только отрезок [15, 25] (ответ 4).

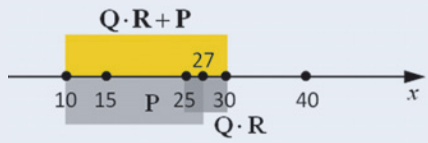
Возможен еще один подход к решению этой задачи, который фактически сводит ее к предыдущей. Для этого требуется построить обратное выражение, выполнив инверсию сложного выражения по законам де Моргана.

Выражение **Z** тождественно ложно тогда и только тогда, когда обратное ему, $\overline{\mathbf{Z}}$, тождественно истинно; таким образом, если выполнить инверсию для **Z**, мы сведем Задачу 3 к задаче из демоварианта ЕГЭ-2013, разобранной выше.

Используя законы де Моргана, получаем:

$$\overline{\mathbf{Z}} = \overline{(\overline{\mathbf{Q}} + \overline{\mathbf{R}}) \cdot \mathbf{A} \cdot \overline{\mathbf{P}}} = \overline{(\overline{\mathbf{Q}} + \overline{\mathbf{R}})} + \overline{\mathbf{A}} \cdot \overline{\overline{\mathbf{P}}} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R} + \overline{\mathbf{A}} + \mathbf{P}$$

Выражение **Q · R** истинно на общей части (пересечении) отрезков **Q** и **R**, то есть на отрезке [25, 30]. Добавляя к этому диапазону отрезок **P**, получим отрезок [10, 30], где истинно выражение $\mathbf{Q} \cdot \mathbf{R} + \mathbf{P}$:



Остальную часть числовой оси (при $\boldsymbol{x} < 10$ и $\boldsymbol{x} > 30$) должно перекрыть выражение $\overline{\mathbf{A}}$, то есть **A** должно быть ложно вне отрезка [10, 30]. Далее, аналогично предыдущему способу, находим правильный ответ 4 (отрезок [15, 25]).

Задача 4. *На числовой прямой даны три отрезка: P = [5, 10], Q = [10, 20] и R = [25, 40]. Выберите такой отрезок A, что выражения*

$$(x \in A) \to (x \in P)\ \text{ и }\ (x \in Q) \to (x \in R)$$

*тождественно **равны**, то есть принимают одинаковые значения при любом значении переменной **x** (кроме, возможно, конечного количества точек).*

1) [7, 20]
2) [2, 12]
3) [10, 25]
4) [20, 30]

В этой задаче оговорка “*кроме, возможно, конечного количества точек*” означает, что в некоторых точках — на концах отрезков — заданные выражения могут иметь различные значения.

Введем логические высказывания

$$\mathbf{P}: x \in P,\ \mathbf{Q}: x \in Q,\ \mathbf{R}: x \in R\ \text{ и } \mathbf{A}: x \in A.$$

Обозначим буквами два заданных логических выражения:

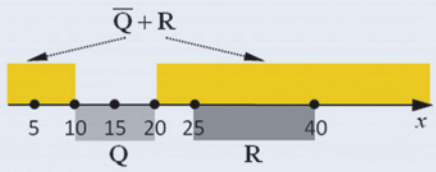
$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \to \mathbf{P},\ \mathbf{Z} = \mathbf{Q} \to \mathbf{R}.$$

Выразим импликации через операции “ИЛИ” и “НЕ”:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \to \mathbf{P} = \overline{\mathbf{A}} + \mathbf{P},\ \mathbf{Z} = \mathbf{Q} \to \mathbf{R} = \overline{\mathbf{Q}} + \mathbf{R}$$

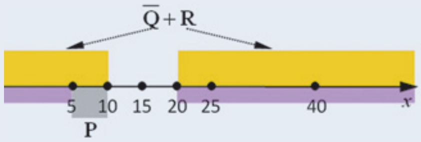
Заметим, что неизвестная величина **A** входит только в выражение **Y**. Общая идея состоит в том, чтобы построить на числовой оси область истинности для полностью известного выражения $\mathbf{Z} = \overline{\mathbf{Q}} + \mathbf{R}$, а затем дополнить отрезок P до этой области; это “дополнение” будет соответствовать области $\overline{\mathbf{A}}$.

Область истинности выражения $\mathbf{Z} = \overline{\mathbf{Q}} + \mathbf{R}$ состоит из отрезка R и области вне отрезка Q:



Обратите внимание, что в данном случае область $\mathbf{Z} = \overline{\mathbf{Q}} + \mathbf{R}$ (она выделена желтым цветом) совпадает с $\overline{\mathbf{Q}}$ (конечно, так будет не всегда).

Теперь рассмотрим область истинности выражения **P** (она выделена серым цветом):



Чтобы область истинности выражения $\mathbf{Y} = \overline{\mathbf{A}} + \mathbf{P}$ совпала с желтой областью, выражение $\overline{\mathbf{A}}$ должно “перекрыть” всю фиолетовую область (возможно, заходя в область **P**, но не внутрь отрезка [10, 20]). Поэтому выражение **A** обязательно должно быть истинно на отрезке [10, 20]; обязательно должно быть ложно на полуосях $(-\infty, 5)$ и $(20, +\infty)$, а на отрезке [5, 10] его значение может быть любым. Из предложенных вариантов ответов этим требованиям удовлетворяет только отрезок [7, 20] (ответ 1).

Задача 5. *На числовой прямой даны три отрезка: P = [10, 15], Q = [5, 20] и R = [15, 25]. Выберите такой отрезок A, что выражения*

$$(x \notin A) \to (x \in P) \text{ и } (x \in Q) \to (x \in R)$$

принимают ***разные*** *значения при любом значении переменной* ***x*** (кроме, возможно, конечного количества точек).

1) [7, 20]
2) [2, 15]
3) [5, 12]
4) [20, 25]

По аналогии с предыдущей задачей, здесь допускается, что заданные функции могут иметь одинаковые значения в отдельных точках — на концах отрезков.

Введем логические высказывания

$$\mathbf{P}: x \in P,\ \mathbf{Q}: x \in Q,\ \mathbf{R}: x \in R \text{ и } \mathbf{A}: x \in A.$$

Обозначим буквами два заданных логических выражения:

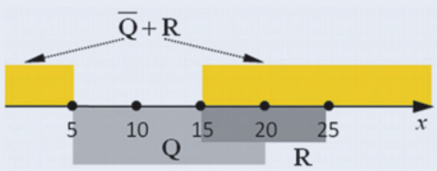
$$\mathbf{Y} = \overline{\mathbf{A}} \to \mathbf{P},\ \mathbf{Z} = \mathbf{Q} \to \mathbf{R}.$$

Выразим импликации через операции “ИЛИ” и “НЕ”:

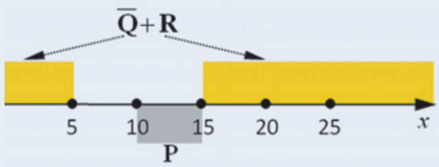
$$\mathbf{Y} = \overline{\mathbf{A}} \to \mathbf{P} = \mathbf{A} + \mathbf{P},\ \mathbf{Z} = \mathbf{Q} \to \mathbf{R} = \overline{\mathbf{Q}} + \mathbf{R}$$

Заметим, что неизвестная величина **A** входит только в выражение **Y**. Для решения задачи построим на числовой оси область истинности для полностью известного выражения $\mathbf{Z} = \overline{\mathbf{Q}} + \mathbf{R}$, а затем дополним отрезок *P* до “обратной” области, в которой выражение **Z** ложно; это “дополнение” будет соответствовать области **A**.

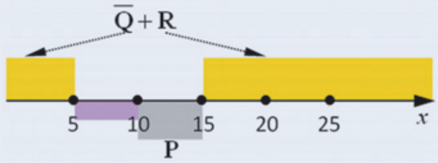
Область $\mathbf{Z} = \overline{\mathbf{Q}} + \mathbf{R}$ — это объединение отрезка *R* и области вне отрезка *Q*:



Теперь рассмотрим область **P** (она выделена серым цветом)



Чтобы выполнить заданное условие (противоположность значений $\mathbf{Y} = \mathbf{A} + \mathbf{P}$ и $\mathbf{Z} = \overline{\mathbf{Q}} + \mathbf{R}$ при любых x, за исключением конечного числа точек), область истинности выражения $\mathbf{Y} = \mathbf{A} + \mathbf{P}$ должна совпадать с областью, где выражение **Z** ложно; для этого выражение **A** должно “перекрыть” всю фиолетовую область (возможно, заходя в область **P**), но не должно заходить в “желтую” область:



Из предложенных вариантов ответов этим требованиям удовлетворяет только отрезок [5, 12] (ответ 3).

Задачи для тренировки

Учитывая существующий дефицит литературы по этой теме, приведем несколько задач, которые можно использовать для тренировки. Ответы к этим задачам можно найти на странице *http://kpolyakov.narod.ru/school/ege.htm*. Кроме того, на диске в приложении к этому номеру размещена программа на языке Python 3, которая решает задачи этого типа.

1. На числовой прямой даны два отрезка: *P* = [5, 15] и *Q* = [12, 18]. Выберите такой отрезок *A*, что формула

$$((x \in A) \to (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [3, 11]
2) [2, 21]
3) [10, 17]
4) [15, 20]

2. На числовой прямой даны два отрезка: *P* = [5, 10] и *Q* = [15, 18]. Выберите такой отрезок *A*, что формула

$$((x \in A) \to (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [3, 11]
2) [6, 10]
3) [8, 16]
4) [17, 23]

3. На числовой прямой даны два отрезка: *P* = [25, 30] и *Q* = [15, 20]. Выберите такой отрезок *A*, что формула

$$((x \in A) \to (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [10, 15]
2) [12, 30]
3) [20, 25]
4) [26, 28]

4. На числовой прямой даны два отрезка: *P* = [2, 20] и *Q* = [15, 30]. Выберите такой отрезок *A*, что формула

$$((x \notin A) \to (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [0, 15]
2) [3, 20]
3) [10, 25]
4) [25, 40]

5. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 25]$ и $Q = [0, 12]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [10, 15]
2) [20, 35]
3) [5, 20]
4) [12, 40]

6. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 20]$ и $Q = [12, 15]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [10, 15]
2) [20, 35]
3) [5, 20]
4) [12, 40]

7. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 20]$ и $Q = [5, 15]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [10, 15]
2) [20, 35]
3) [15, 22]
4) [12, 18]

8. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 20]$ и $Q = [15, 25]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [8, 17]
2) [10, 12]
3) [15, 22]
4) [12, 18]

9. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 40]$, $Q = [5, 15]$ и $R = [35, 50]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [10, 20]
2) [15, 25]
3) [20, 30]
4) [120, 130]

10. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [0, 20]$, $Q = [5, 15]$ и $R = [35, 50]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [–15, –5]
2) [2, 7]
3) [10, 17]
4) [15, 20]

11. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [15, 30]$, $Q = [0, 10]$ и $R = [25, 35]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [10, 17]
2) [15, 25]
3) [20, 30]
4) [35, 40]

12. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [20, 50]$, $Q = [15, 20]$ и $R = [40, 80]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [10, 25]
2) [20, 30]
3) [40, 50]
4) [35, 45]

13. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10, 50]$, $Q = [15, 20]$ и $R = [30, 80]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \notin A) \rightarrow (x \notin R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [10, 25]
2) [25, 50]
3) [40, 60]
4) [50, 80]

14. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [0, 40]$, $Q = [20, 45]$ и $R = [10, 50]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \notin A) \rightarrow (x \notin R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

1) [5, 20]
2) [10, 15]
3) [15, 20]
4) [35, 50]

15. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [5, 15]$ и $Q = [10, 20]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$(x \in P) \wedge (x \notin Q) \wedge (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной x.

1) [0, 7]
2) [8, 15]
3) [15, 20]
4) [7, 20]

16. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [12, 22]$ и $Q = [7, 17]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$(x \notin P) \wedge (x \in Q) \wedge (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной x.

1) [0, 5]
2) [7, 12]
3) [10, 20]
4) [5, 22]

17. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 20]$ и $Q = [5, 15]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in Q) \to (x \in P)) \land (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной $\boldsymbol{x}$.

1) [0, 6]
2) [5, 8]
3) [7, 15]
4) [12, 20]

18. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [15, 30]$, $Q = [5, 10]$ и $R = [20, 25]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in P) \to (x \in Q)) \land ((x \notin A) \to (x \in R))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной $\boldsymbol{x}$.

1) [0, 20]
2) [0, 10]
3) [10, 15]
4) [25, 30]

19. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [15, 30]$, $Q = [5, 10]$ и $R = [10, 20]$. Выберите такой отрезок A, что формула

$$((x \in P) \to (x \in Q)) \land (x \notin A) \land (x \in R)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной $\boldsymbol{x}$.

1) [0, 12]
2) [10, 17]
3) [15, 20]
4) [15, 30]

20. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10, 15]$, $Q = [10, 20]$ и $R = [5, 15]$. Выберите такой отрезок A, что выражения

$$(x \in A) \to (x \in P) \text{ и } (x \in Q) \to (x \in R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной $\boldsymbol{x}$ (за исключением, возможно, конечного количества точек).

1) [5, 12]
2) [10, 17]
3) [12, 20]
4) [15, 25]

21. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [5, 10]$, $Q = [15, 20]$ и $R = [25, 30]$. Выберите такой отрезок A, что выражения

$$(x \in A) \to (x \in P) \text{ и } (x \in Q) \to (x \notin R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной $\boldsymbol{x}$ (за исключением, возможно, конечного количества точек).

1) [5, 10]
2) [15, 20]
3) [10, 20]
4) [15, 25]

22. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10, 25]$, $Q = [15, 30]$ и $R = [25, 35]$. Выберите такой интервал A, что формулы

$$(x \notin A) \to (x \notin P) \text{ и } (x \in Q) \to (x \in R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной $\boldsymbol{x}$ (за исключением, возможно, конечного количества точек).

1) (10, 12)
2) (0, 10)
3) (5, 15)
4) (15, 25)

23. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10, 30]$, $Q = [15, 30]$ и $R = [20, 35]$. Выберите такой интервал A, что формулы

$$(x \notin A) \to (x \notin P) \text{ и } (x \in Q) \to (x \notin R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной $\boldsymbol{x}$ (за исключением, возможно, конечного количества точек).

1) (10, 25)
2) (15, 20)
3) (15, 30)
4) (5, 20)

24. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [5, 15]$, $Q = [10, 20]$ и $R = [15, 20]$. Выберите такой отрезок A, что выражения

$$(x \in A) \to (x \in P) \text{ и } (x \notin Q) \to (x \notin R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной $\boldsymbol{x}$ (за исключением, возможно, конечного количества точек).

1) [3, 10]
2) [7, 12]
3) [12, 17]
4) [22, 25]

25. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [5, 25]$, $Q = [5, 15]$ и $R = [10, 20]$. Выберите такой отрезок A, что выражения

$$(x \notin A) \to (x \notin P) \text{ и } (x \notin Q) \to (x \in R)$$

принимают разные значения при любом значении переменной $\boldsymbol{x}$ (за исключением, возможно, конечного количества точек).

1) [5, 12]
2) [10, 18]
3) [18, 25]
4) [20, 35]

Литература

1. Демонстрационный вариант контрольно-измерительных материалов ЕГЭ 2013 года по информатике и ИКТ *http://www.fipi.ru/binaries/1384/inf11.zip*.

2. А10. Разбор демонстрационного варианта // Электронный ресурс (*http://ege-go.ru/a10/a10-demo/*).

Автор благодарит д. ф.-м. н. М.А. Ройтберга за полезные замечания по содержанию статьи.